alors G est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

$G'(x) = F'(tg\ x)\ .\ (1+\tan^2 x) = f\ (\tan x)\ (1+\tan^2 x)$

$$= \frac{1}{\tan^2 x + 1}(1+\tan^2 x) = 1$$

b) On a : $G'(x) = 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

D'où $G(x) = x + c$

Or $G(0) = F(\tan(0)) = F(0) = 0$

Et puisque $G(0) = c$ alors $c = 0$

D'où pour tout $x \in \mathbb{R}$: $G(x) = x$

c) On a : $\begin{cases} G(x) = x \\ G(x) = F(\tan x) \end{cases}$

D'où $F(\tan x) = x$

Pour $x = \frac{\pi}{4}$ on a : $F(\tan(\frac{\pi}{4})) = \frac{\pi}{4}$ d'où $F(1) = \frac{\pi}{4}$

4°/ $K(x) = F(x) + F(\frac{1}{x})$ où $x > 0$

K est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ comme étant somme et composée de fonction dérivables .

On a : $K'(x) = F'(x) - \frac{1}{x^2}F'(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^2}\left(\frac{1}{\frac{1}{x^2}+1}\right)$

$$= \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{1+x^2} = 0$$

D'où $K(x) = b$ où b est une constante